

УДК 539.37

Є.Л.Данильчук, канд.техн.наук

Інститут проблем міцності ім. Г.С.Писаренка НАН України, м.Київ, Україна

СТРУКТУРНА МОДЕЛЬ ДВОВІСНОГО ДЕФОРМУВАННЯ САРЖЕВИХ ТКАНИН

Исследуются процессы двухосного деформирования тканых материалов. В работе предложена структурная модель деформирования саржевых тканей, построенная на основе теории двухосного растяжения тканых материалов. Эффективность модели подтверждена хорошей корреляцией расчетных и экспериментальных данных. Созданная методика расчета позволяет использовать ее также для тканей других переплетений.

The biaxial deformation processes of woven fabrics are investigated. The structural model to predict the deformation behavior of twill weaves is proposed. The model is developed on the basis of the biaxial tension theory of woven fabrics. Efficiency of the model is proved by a good correlation between calculated and experimental data. The developed method of calculation can also be employed for other weave fabrics.

Вступ. Завдяки малій вазі, високій питомій міцності та здатності до формоутворення ткани матеріали набули значного поширення практично у всіх сферах народного господарства. Вони широко використовуються у промисловості, авіації, при виготовленні транспортних засобів, в будівництві та в побуті.

В результаті стрімкого розвитку технологій виготовлення матеріалів тканини почали використовувати як складові частини в багатьох нетрадиційних для них сферах. Одним з таких прикладів є композиційні матеріали, де вони використовуються в якості армуючих елементів текстильних композитів. Тканини являються найбільш поширеними текстильними матеріалами, які застосовуються для отримання шаруватих пластиків у вигляді листових, намотаних та формованих виробів. Вони використовуються і для виготовлення пресованих композицій.

Використання тканих просторових структур замість нетканої односпрямованої арматури дозволяє автоматизувати процеси кроєння та викладки і тим самим знизити трудомісткість виготовлення композиту. За допомогою тканин краще і легше укладаються армуючі елементи на криволінійних поверхнях та забезпечується висока взаємодія волокон між собою по всьому об'єму структури. Введення їх в склад армованих пластиків обмежує протяжність і ріст пошкоджень, які виникають як при виготовленні, так і в процесі експлуатації, а також значно підвищує стійкість конструкцій до динамічних навантажень.

До причин, що обмежують застосування тканих матеріалів в інженерній практиці, відносяться недостатність інформації про їх механічні властивості при різних видах термосилового навантаження, складні нелінійні рівняння стану, труднощі математичного моделювання процесів деформування та оцінки несучої здатності конструкцій, а також необхідність в нових технологіях виготовлення волокнистих структур для забезпечення більшої стабільності їх термомеханічних параметрів.

Враховуючи тривалу історію використання тканих матеріалів дослідженню цих питань присвячено доволі багато робіт. Значний вклад в області вивчення будови та властивостей тканин внесли вітчизняні вчені В. П. Скляников, Г. М. Кукін, О. М. Соловйов, О. І. Кобляков, К. І. Корицький та інші [1, 2]. Але їх роботи в основному базувались на емпіричних підходах і мали на меті оптимізацію будови і процесів виробництва тканих структур, а не комплексне вивчення процесів їх деформування і прогнозування механічної поведінки.

Перші роботи, присвячені розробці теоретичних моделей прогнозування процесів розтягу для тканин, належать Ф. Т. Peirce [3]. Його мікроструктурна модель передбачала початковий стан тканної структури, яка складалась з однакових нестискуваних та ідеально гнучких волокон круглого поперечного перетину. В. Olofsson [4] та G. A. V. Leaf [5] почали враховувати в своїх моделях вплив взаємодії ниток різного поперечного перерізу на загальну деформацію тканини. Р. Grosberg [6] розглянув два крайні випадки розтягу тканин: стан, при якому початкова форма ниток в тканині є прямолінійною, і випадок, коли заправлені в тканину нитки мають хвилясту криволінійну форму.

Одними з найбільш ефективних є моделі розроблені S. Kawabata, M. Niwa та H. Kawai для тканин полотняної структури [7]. За основу даних моделей була взята структура тканини, запропонована Ф. Т. Peirce, однак відмінність полягала у способі розрахунку при двовісному розтязі. Згідно даної теорії нитки основи і утка, що формують тканину, приймаються ідеально гнучкими та стискуваними прямолінійними елементами, що перегинаються лише в точках дотику. При цьому вважається, що стиск ниток викликаний їх спільною взаємодією, а також впливом розтягуючих зусиль. Аналогічні підходи були запропоновані для прогнозування одновісного деформування полотняних тканин, а також двовісного розтягу тканин саржевого переплетення [8].

Недоліками розроблених теорій можна вважати застосування методів графічних побудов до визначення основних структурних параметрів моделей, що значно ускладнювало виконання розрахунків, а також неможливість їх використання для прогнозування механічної поведінки тканих матеріалів з іншою схемою переплетення.

Враховуючи це для прогнозування механічної поведінки полотняних тканин при двовісному деформуванні були розроблені чисельні алгоритми і продемонстрована їх ефективність на ряді матеріалів [9].

Серед недавніх праць слід виокремити роботи J. W. S. Hearle, T. V. Sagar, P. Potluri та V. S. Thammandra [10], які присвячені моделюванню механічної поведінки тканих матеріалів шляхом вивчення їх на мезо-рівні. В'язкопружна поведінка тканих матеріалів була досліджена в роботі P. Shrotriya та N. R. Sottos [11] за допомогою мікромеханічної моделі. Р. Хуе, Х. Пенг та J. Cao [12] запропонували нову модель для прогнозування поведінки тканин в неортогональних напрямках при значних деформаціях. Аналітична модель, заснована на теорії кривих стержнів, для розрахунку монофіламентних технічних тканин була запропонована V. Carvelli [13]. Великий обсяг робіт по експериментальному дослідженню та моделюванню механічної поведінки тканих матеріалів при двовісному розтязі виконали Р. Boisse, А. Gasser та інші [14]. Досить добрі результати при прогнозуванні механічної поведінки тканин полотняного типу дає модель М. J. King, Р. Jearanaisilawong та S. Socrate [15]. Хоча до її недоліків слід віднести істотну складність розрахунків процесів деформування та необхідність визначення 23-х незалежних матеріальних параметрів із відповідних експериментів.

Аналіз зазначених моделей деформування двовимірних тканих матеріалів показує значне погиршення досліджень в цій області, у зв'язку з інтенсивним впровадженням тканих структур при виготовленні композиційних матеріалів. І при цьому все ще актуальною залишається проблема побудови ефективних математичних моделей та розробка чисельних алгоритмів для прогнозування механічної поведінки тканин різноманітної плетеної структури.

1. Двовісне деформування тканих матеріалів. Методика дослідження тканих матеріалів обумовлена в першу чергу особливостями їх геометричної будови. На відміну від волокон та ниток, властивості тканин досліджуються не лише при одновісному, але і при двовісному розтязі та при зсуві.

При цьому двовісний розтяг тканин характеризується найбільшою складністю його реалізації при випробуваннях. Вид двовісного деформування визначається відношенням деформацій в двох ортогональних напрямках та задається коефіцієнтами співвідношення деформацій

$$k_1 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}; \quad k_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad (1)$$

де ε_1 та ε_2 – осьові деформації тканини в напрямках основи і утка відповідно.

До окремих випадків двовісного деформування належать “рівномірний двовісний розтяг тканини”, коли коефіцієнт співвідношення деформацій дорівнює 1 та “двовісний розтяг смуги”, коли $k_1 = 0$ (або $k_2 = 0$) (рис. 1).

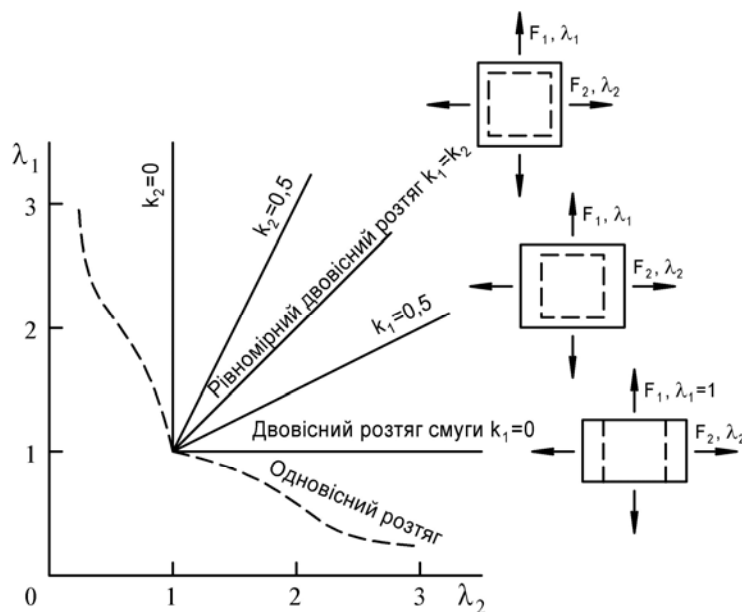


Рис. 1. Види двовісного деформування тканин

пластин”, коли досліджувана нитка піддається стиску двома паралельними пластинами та метод “каналу”, при якому нитка при стиску має обмеження в двох поперечних напрямках.

Однак порівняння різних методів вивчення поведінки ниток з зонах контакту показує значне розходження в отримуваних за їх допомогою результатах. Також нестабільна деформаційна поведінка ниток в точках дотику призводить до значного розкиду даних. Тому питання про дослідження реакції ниток на сумарну дію розтягуючих та стискаючих зусиль при переплетенні в тканині залишається до цих пір актуальним.

2. Структурна модель деформування тканини саржа 2/2. Двовимірний тканий матеріал утворюється шляхом переплетення в певній послідовності ниток основи і утка. При цьому основою називається напрямком по довжині тканини, а утком – напрямком по ширині. Форма взаємного перекриття поздовжніх і поперечних ниток визначає тип тканної структури.

Для саржевого переплетення характерна наявність на поверхні тканини косих смужок – діагоналей, утворених внаслідок зсуву основних і уточних перекриттів в кожному наступному горизонтальному ряді. Зазвичай, такі діагоналі розташовані під кутом 45°. Раппорт саржевого переплетення зображується дробом, у якому чисельник вказує число основних, а знаменник – число уточних перекриттів окремої нитки в межах раппорта.

Похідні саржевого переплетення дуже різноманітні. До них відносяться: саржа посилена, складна, ломана та інші. Посилена саржа характеризується широкими та чітко вираженими діагональними смугами, тому що в цьому переплетенні, на відміну від саржі простого класу, немає одиночних перекриттів. Особливо широкого поширення набула двостороння посилена саржа 2/2. Саме така форма переплетення взята за основу в даній роботі (рис. 2).

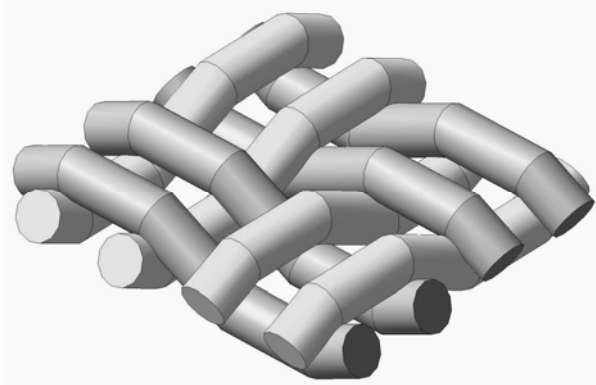


Рис. 2. Схематичне зображення тканини саржі 2/2

Форма перекриття ниток впливає не лише на зовнішній вигляд тканин, але і на механічні властивості готових тканих структур. Тому моделі, що описують їх механічну поведінку, обов'язково повинні враховувати особливості геометрії переплетення.

На відміну від полотняних тканин, які мають найпростіший симетричний варіант переплетення, тканини типу саржі 2/2 представляють собою більш складні ткани матеріали, в яких нитки основи та утка повторюються дві через дві. Через таку асиметрію структури деформаційна поведінка саржевих тканин є значно складнішою.

Розроблені на даний момент моделі деформування таких матеріалів або занадто складні і потребують визначення великої кількості параметрів,

або мають ряд певних обмежень, що не завжди дозволяють отримати необхідні результати. Так, наприклад, при використанні механічної моделі саржі 2/2 [8] необхідне залучення функцій

$$\lambda_{yi} = G_i(F_{yi}), \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

обернених до тих, що описують діаграми деформування ниток

$$F_{yi} = g_i(\lambda_{yi}), \quad (i = 1, 2), \quad (3)$$

де F_{yi} – сила натягу нитки основи (утка) в тканині, λ_{yi} – кратність видовження ниток основи і утка. Однак у випадку суттєво нелінійних процесів деформування такі функції не завжди можна виразити аналітично.

Тому в рамках даної роботи був розроблений варіант структурної моделі деформування тканин саржевого переплетення, в якому при деформуванні врахований зсув поперечних ниток, зміщення осі нитки та її видовження. На рис. 3 представлено моделювання поведінки тканини саржевого переплетення при демонстрації початкового та деформованого станів.

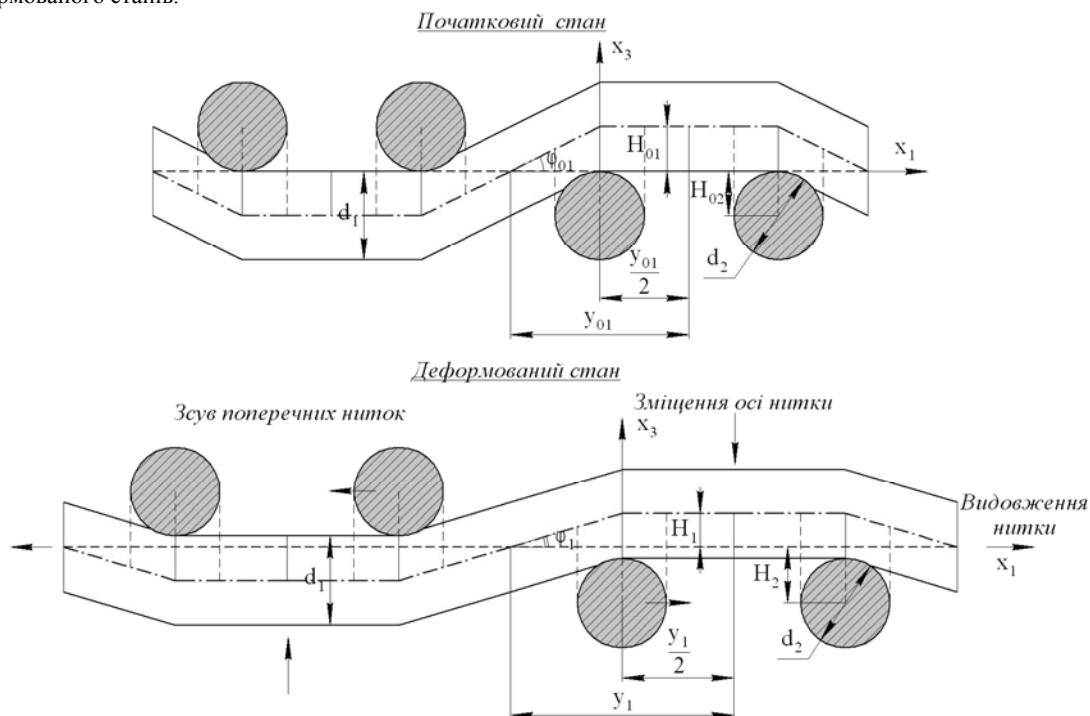


Рис. 3. Моделювання деформаційної поведінки тканини саржевого переплетення

Прямокутна система координат вибрана таким чином, щоб осі X_1 і X_2 проходили через нейтральні лінії ниток. При цьому вісь X_1 відноситься до основи, а X_2 – до утка. Площина, утворена цими осями, являється нейтральною площиною тканини. Вісь X_3 направлена вздовж товщини тканини.

Відповідно до підходів, запропонованих авторами теорії двовісного розтягу тканих матеріалів [7, 8], нитки, що входять до складу тканини, приймаємо ідеально гнучкими та стискуваними.

Згідно запропонованої структурної моделі, нитки вважаємо прямолінійними елементами з похилою та горизонтальною ділянками, що змінюють свій нахил в точках контакту. Довжина нитки в елементі спрощеної структури зберігається такою ж, як і в реальній тканині. Система координат при цьому прив'язується не до початкового стану елементів, а до точки контакту ниток основи і утка, що дозволяє уникнути складнощів з визначенням величини переміщення цієї точки в процесі деформування тканини. При цьому вводиться припущення про збереження постійного співвідношення відстані між поперечними нитками при деформуванні тканини, яке зроблено на основі експериментальних спостережень.

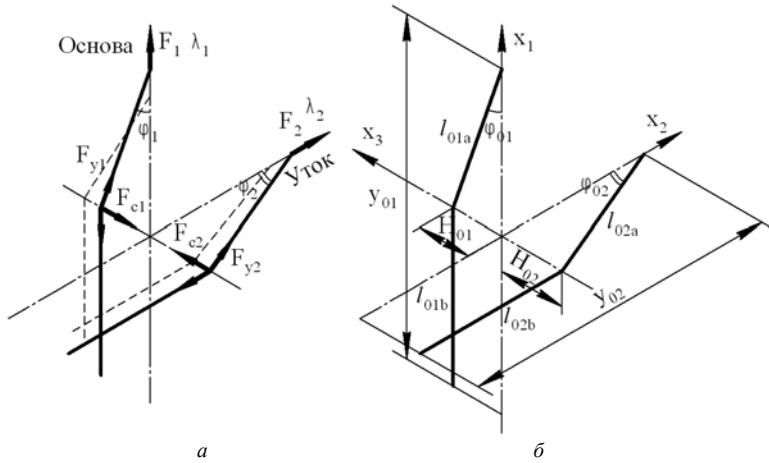


Рис. 4. Модель структури саржевого переплетення:
а – розклад сил; б – основні параметри

подальших розрахунків.

Крок ниток:

$$y_{01} = \frac{1}{n_{02}}, \quad y_{02} = \frac{1}{n_{01}}, \quad (4)$$

де n_{01} та n_{02} – щільність ниток основи і утка в недеформованому стані. Тут і надалі індекс l буде означати відношення до нитки основи, а індекс 2 – відношення до нитки утка. 0 перед відповідними індексами означає початковий недеформований стан.

Усадка ниток, обумовлена процесом ткацтва:

$$S_{0i} = \frac{l_{0i} - y_{0i}}{y_{0i}}, \quad (i = 1, 2), \quad (5)$$

де l_{01} , l_{02} – довжина нитки основи (утка) в елементі структурної моделі, y_{01} , y_{02} – довжина цього ж самого елемента вздовж осі X_1 (X_2).

Початковий кут між віссю нитки та нейтральною лінією структури:

$$\varphi_{0i} = \arccos \left(\frac{1}{2S_{0i} + 1} \right), \quad (i = 1, 2). \quad (6)$$

Довжина нитки в структурному елементі:

$$l_{0i} = \frac{y_{0i}}{2} \left(1 + \frac{1}{\cos \varphi_{0i}} \right), \quad (i = 1, 2). \quad (7)$$

Початкова відстань між нейтральною лінією структури і віссю нитки вздовж осі X_3 :

$$H_{0i} = \frac{y_{0i}}{2} \operatorname{tg} \varphi_{0i}, \quad (i = 1, 2). \quad (8)$$

Кут між віссю нитки та нейтральною лінією структури в деформованому стані:

$$\varphi_i(\lambda_i) = \arccos \left(\frac{\lambda_i}{\sqrt{\left(\frac{2H_i}{y_{0i}} \right)^2 + \lambda_i^2}} \right), \quad (i = 1, 2). \quad (9)$$

В якості міри деформації використовується кратність видовження λ_i

На рис. 4 зображено одиничний елемент структури тканини саржа 2/2, який прийнято до розрахунків. Слід зазначити, що даний елемент має асиметрію будови відносно точки перегину, що значно ускладнює розрахунки в порівнянні з тканинами типу полотна.

Початковий та деформований стани запропонованої моделі зображені на рисунку за допомогою суцільної та штрихової ліній відповідно. Також тут нанесено основні структурні параметри моделі та показаний розклад сил, що виникають при навантаженні тканини.

Відповідно до запропонованої моделі тканини саржевого переплетення були визначені структурні параметри, необхідні для

$$\lambda_i = \frac{l_i}{l_0} = 1 + \varepsilon_i, \quad (i = 1, 2), \quad (10)$$

де λ_1, λ_2 – кратність видовження тканини в напрямках основи і утка відповідно.

Відповідно до запропонованої моделі тканини саржевого переплетення та розкладу сил (рис. 4, а) в деформованому стані повинно виконуватись рівняння рівноваги між стискаючими зусиллями F_{ci} , які діють в точці дотику ниток основи і утка

$$F_{c1} = F_{c2}. \quad (11)$$

Після врахування розподілу зусиль та відповідних співвідношень для структурних параметрів

$$F_{ci} = \frac{g_i(\lambda_y) \cdot 2H_i}{y_{0i} \cdot \sqrt{\left(\frac{2H_i}{y_{0i}}\right)^2 + \lambda_i^2}}, \quad (i = 1, 2), \quad (12)$$

де H_i – відстань між нейтральною лінією структури і віссю нитки.

Розтягуючі зусилля, які діють на кінцях окремих ниток в тканині, визначаються за наступним співвідношенням

$$F_i(\lambda_i) = \frac{F_{yi} \cdot \lambda_i}{\sqrt{\left(\frac{2H_i}{y_{0i}}\right)^2 + \lambda_i^2}}, \quad (i = 1, 2). \quad (13)$$

Розрахунок процесів деформування саржевих тканин при двовісному розтязі може бути виконаний в припущенні про нестискуваність ниток основи і утка

$$H_{01} + H_{02} = H_1 + H_2 \quad (14)$$

та із врахуванням зміни діаметрів ниток в процесі деформування тканини

$$H_{01} + H_{02} = H_1 + H_2 + 0,5[\delta_{D1}(F_{c1}) + \delta_{D2}(F_{c2})], \quad (15)$$

де $\delta_{Di}(F_{ci})$ – функція, що описує зменшення діаметра нитки основи (утка).

Істотною складністю розрахунків деформування тканинних матеріалів є постійна зміна геометричної структури тканин в процесі навантаження. Із ростом кратності видовження тканини λ_i змінюються довжини ниток l_i , кути їх нахилу $\phi_i(\lambda_i)$, відстань від нейтральної лінії структури до осі нитки H_i та інші структурні параметри.

Тому для розв'язку системи рівнянь, що враховує співвідношення для сил стиску в точках контакту та розтягуючих зусиль на кінцях окремих ниток, а також враховує відповідні рівняння рівноваги та співвідношення для визначення зміни структурних параметрів в процесі деформування тканини, була розроблена відповідна чисельна процедура, що дозволяє розраховувати реакцію саржевих тканин при різних випадках двовісного деформування.

3. Апробація моделі. Перевірка ефективності запропонованої структурної моделі деформування виконувалась на основі опублікованих даних іноземних авторів для тканин саржа 2/2 з вовни та вуглеволокна [8, 14, 16].

В якості вхідних параметрів моделі використовуються основні структурні характеристики тканин, такі як щільність та усадка ниток основи і утка (табл. 1), а також експериментально отримані нелінійні діаграми деформування $F_{yi}(\lambda_y)$ відповідних ниток. Для врахування поведінки ниток в трансверсальному напрямку

використовуються, як зазначалось раніше, функції стиснення $\delta_{Di}(F_{ci})$.

На рис. 5 - 6 показані результати розрахунків для даної структурної моделі у випадках нехтування та врахування стискуваності ниток основи і утка при різних коефіцієнтах співвідношення деформацій. Точками відмічені експериментальні дані, суцільними лініями – результати чисельного розрахунку із врахуванням стискуваності ниток, штриховими лініями – в припущенні про їх нестискуваність.

Абсолютні зусилля F_i , що виникають на кінцях ниток при двовісному деформуванні тканини, у відповідності з прийнятими стандартами були перераховані у відносні сили, що діють на одиничну ширину тканини, наступним чином

$$f_i = n_{0i} \cdot F_i, \quad (i = 1, 2). \quad (16)$$

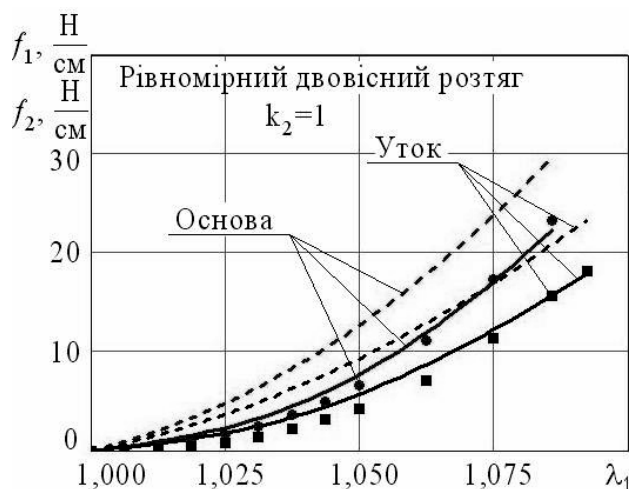


Рис. 5. Розрахунок деформування вовняної тканини саржа 2/2

Таблиця 1

Основні характеристики досліджуваних саржевих тканин

№	Матеріал	Щільність ниток, см^{-1}		Усадка ниток	
		n_{01}	n_{02}	S_{01}	S_{02}
1	Вовна	31,5	29,4	0,091	0,123
2	Вуглеволокно	3,5	3,5	0,0035	0,0035

Як видно з наведених діаграм, врахування трансверсальної поведінки ниток в зонах контакту при деформуванні тканини справляє істотний вплив на результати моделювання і дозволяє отримати задовільну відповідність розрахункових та експериментальних даних.

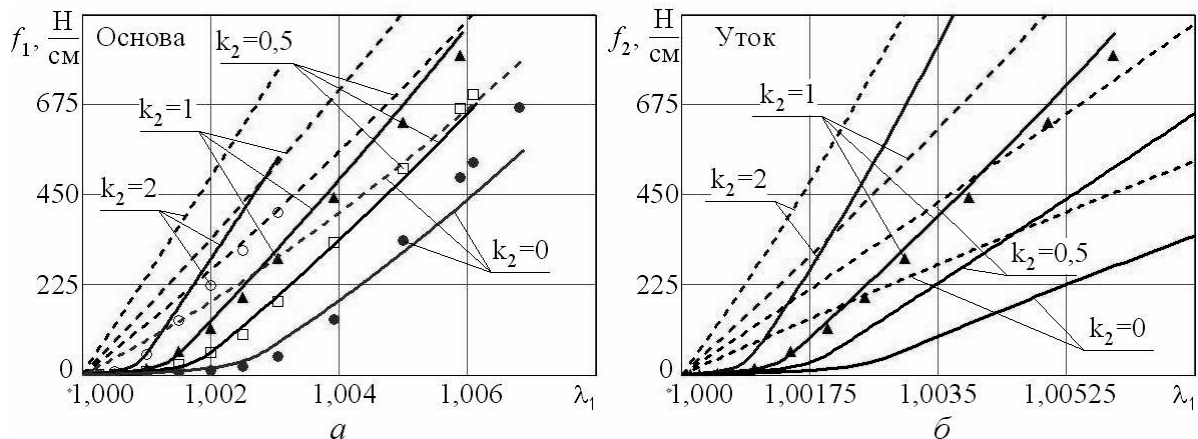


Рис. 6. Розрахунок деформування саржі 2/2 з вуглеволокна в напрямку основи (а) і утка (б)

Слід зазначити, що запропонована структурна модель і відповідні чисельні алгоритми для тканин типу саржа 2/2 можуть бути використані при прогнозуванні механічної поведінки тканих матеріалів з довільною формою переплетення при різних випадках двовісного деформування. Для цього потрібно лише ввести певні поправки в структурних параметрах в залежності від обраної геометрії переплетення.

Список літератури.

1. Кукин Г. Н., Соловьев А. Н., Кобляков А. И. Текстильное материаловедение (текстильные полотна и изделия) : учебник для студ. вузов, обуч. по спец.: Технология тканей и трикотажа] – М. : Легпромбытиздат, 1992. – 272 с.
2. Складников В. П. Оптимизация строения и механических свойств тканей из химических волокон / Владимир Петрович Складников. – М. : Легкая индустрия, 1974. – 168 с.
3. Peirce F.T. The geometry of cloth structure // Journal of the Textile Institute Transactions. – 1937. – Vol. 28, Issue 3. – P. 45–96.
4. Olofsson B. A general model of a fabric as a geometric-mechanical structure // Journal of the Textile Institute Transactions. – 1964. – Vol. 55, Issue 11. – P. T541–T557.
5. Leaf G. A. V., Kandil K. H. The initial load-extension behaviour of plain-woven fabrics // Journal of the Textile Institute. – 1980. – Vol. 71, Issue 1. – P. 1–7.
6. Grosberg P., Kedia S. The mechanical properties of woven fabrics. Part I: The initial load extension modulus of woven fabrics // Textile Research Journal. – 1966. – Vol. 36, №1. – P. 71–79.
7. Kawabata S., Niwa M., Kawai H. The Finite-deformation Theory of Plain-weave Fabrics, Part I: the Biaxial-Deformation Theory // Journal of the Textile Institute. – 1973. – Vol. 64, Issue 1. – P. 21–46.
8. Kawabata S., Niwa M. A Finite-Deformation Theory of the 2/2-Twill Weave Under Biaxial Extension // Journal of the Textile Institute. – 1979. – Vol. 70, Issue 10. – P. 417–426.
9. Кучер М. К., Данильчук Є. Л. Чисельні алгоритми розрахунків задач про двовісний розтяг тканин полотняного типу // Надійність і довговічність машин і споруд. – 2010. – Вип. 33. – С. 174–182.
10. Sagar T. V., Potluri P., Hearle J. W. S. Mesoscale modelling of interlaced fibre assemblies using energy method // Computational Materials Science. – 2003. – Vol. 28, №1. – P. 49–62.
11. Shrotriya P., Sottos N. R. Viscoelastic response of woven composite substrates // Composites Science and Technology. – 2005. – Vol. 65, Issue 3–4. – P. 621–634.
12. Xue P., Peng X., Cao J. A non-orthogonal constitutive model for characterizing woven composites // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2003. – Vol. 34, Issue 2. – P. 183–193.
13. Carvelli V. Monofilament technical textiles: An analytical model for the prediction of the mechanical behaviour // Mechanics Research Communications. – 2009. – Vol. 36, Issue 5. – P. 573–580.
14. Boisse P., Zouari B., Gasser A. A mesoscopic approach for the simulation of woven fibre composite forming // Composites Science and Technology. – 2005. – Vol. 65, № 3–4. – P. 429–436.
15. King M. J., Jearanaisilawong P., Socrate S. A continuum constitutive model for the mechanical behavior of woven fabrics // International Journal of Solids and Structures. – 2005. – Vol. 42, Issue 13. – P. 3867–3896.
16. Kawabata S., Niwa M., Matsudaira M. Measurement of Yarn Thickness Change Caused by Tension and Lateral Pressure by Wire Method // Journal of the Textile Machinery Society of Japan. – 1985. – Vol. 31, №1. – P. 7–14.